Exercices sur les modes propres et ondes stationnaires

Exercice 1 Le violon

D'après Bac, USA, 2005

Le violon fait partie de la famille des cordes frottées. Lorsque l'on frotte l'archet sur une corde, on produit une vibration très particulière, différente de celle produite par un marteau sur une corde de piano.

La corde est entraînée par l'archet ; quand l'adhérence cesse, la corde glisse en sens opposé, puis elle est à nouveau entraînée par l'archet, etc. Ce mouvement, très rapide, donne un timbre particulier aux instruments à cordes frottées. La vibration est entretenue tant que l'instrumentaliste fait adhérer l'archet à la corde.

L'obtention de sons plus ou moins graves s'obtient en faisant varier plusieurs paramètres de la corde vibrante :

– l'épaisseur de la corde e : les cordes épaisses produisent un son grave, les cordes fines un son aigu ;

– la longueur de la corde L ;

– la tension de la corde F : ce réglage se fait par l'intermédiaire de chevilles. Plus la corde est tendue, plus le son est aigu.

1. On rappelle que la célérité V d'une onde se propageant dans une corde de masse linéique μ (masse par unité de longueur) et soumise à une tension F, est donnée par la relation $V = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$.

Les quatre cordes d'un violon ont une même longueur $L = 330$ mm.

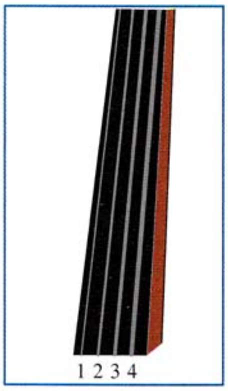
De la plus grave à la plus aiguë, elles sont accordées de la façon suivante : sol$_2$, ré$_3$, la$_3$, mi$_4$.

On suppose les cordes tendues sous une même tension $F = 245$ N.

a. Attribuer la note correspondante à chaque corde représentée sur le *document 1*. Justifier.

b. Une des cordes a une masse linéique $\mu = 2{,}9 \times 10^{-3}$ kg . m^{-1}.

Calculer la célérité V des ondes dans cette corde.



Doc. 1

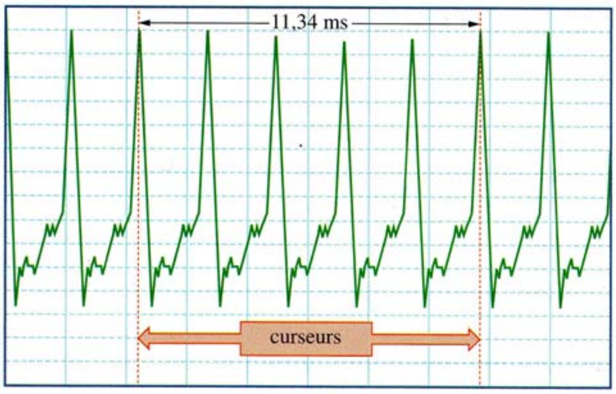
2. La relation exprimant la quantification des modes de vibration d'une corde est donnée par $2L = k \cdot \lambda$ où λ représente la longueur d'onde.

a. Déterminer l'expression des fréquences f_k des modes de vibration d'une corde en fonction de la longueur L et de la célérité V des ondes se propageant dans cette corde.

b. Donner la relation correspondant au mode fondamental.

Calculer cette fréquence pour la corde de la question **1. b**.

3. On réalise un enregistrement du son émis par l'une des cordes d'un violon frottée par un archet. L'oscillogramme, relevé sur un oscilloscope numérique par l'intermédiaire d'un microphone, est donné sur le *document 2*.



Doc. 2

On a disposé deux curseurs verticaux sur l'axe horizontal. L'intervalle de temps entre les deux positions des curseurs est affiché sur l'oscillogramme.

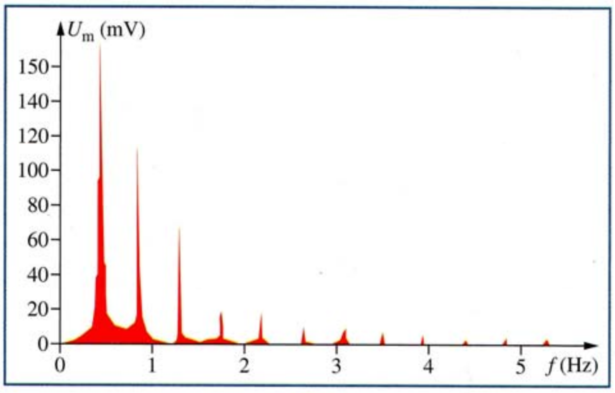
a. Déterminer la période T du signal.

b. En déduire la fréquence f_1 du mode fondamental. Justifier.

4. L'oscilloscope numérique permet de calculer et d'afficher le spectre du son de l'oscillogramme 1 **[Doc. 3]** : amplitude U_m de l'harmonique en fonction de la fréquence f.

a. Retrouver graphiquement la fréquence du mode fondamental.

b. Indiquer les fréquences des trois premiers harmoniques en dehors du mode fondamental.



Doc. 3

Exercice 2 Tuyaux sonores

Le mot « orgue » désigne un type d'instrument de musique dont on peut jouer à l'aide d'un ou de plusieurs claviers et d'un pédalier. Il produit les sons à l'aide d'ensembles de tuyaux sonores alimentés par une soufflerie.
Parmi les tuyaux à biseaux on trouve plusieurs catégories :

- les **fonds** qui sont des tuyaux ouverts, appelés aussi montre lorsqu'ils sont présentés en façade de l'instrument ;
- les **bourdons** qui sont des tuyaux bouchés et qui possèdent une sonorité plus sourde. Comme ils sont bouchés, ils émettent des sons d'une octave plus grave qu'un tuyau ouvert de même taille ;
- les **mixtures** qui sont formées de plusieurs rangs de tuyaux groupés et qui émettent ensemble des sons riches en harmoniques.

La longueur des tuyaux est exprimée en pieds (32,48 cm : la longueur du pied du roi).
Lorsqu'une onde stationnaire s'établit dans un tuyau sonore, on observe un nœud (N) de vibration à une extrémité si cette extrémité est fermée, et un ventre (V) de vibration si cette extrémité est ouverte.

En simplifiant, on peut représenter le bourdon comme un tuyau sonore de longueur L fermé à une extrémité et ouvert à l'autre.
Pour le mode fondamental de vibration, les positions du ventre et du nœud sont données sur le *document 1* ci-dessous, schématisant l'amplitude de la vibration sonore.

Doc. 1

Donnée : Célérité du son dans l'air à 20 °C : $V = 340$ m . s^{-1}.

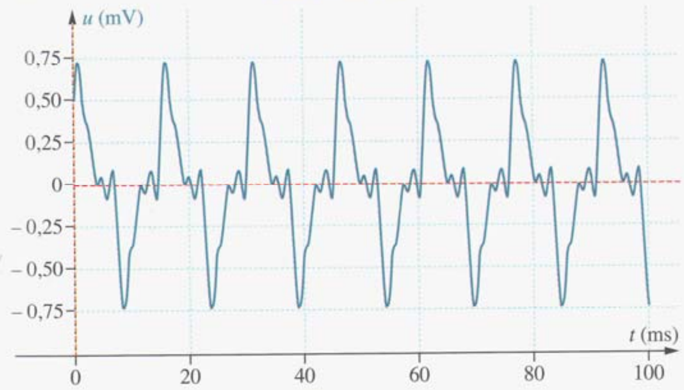
1. Les ondes sonores sont-elles des ondes transversales ou longitudinales ? Justifier.

2. Pour le mode fondamental, exprimer la longueur d'onde λ_1, en fonction de la longueur L du tuyau. Justifier.

3. En déduire que la fréquence f_1 du mode fondamental s'écrit :

$$f_1 = \frac{V}{4L}.$$

4. Un enregistrement du son de base d'un bourdon donne l'oscillogramme représenté sur le *document 2*.



Doc. 2

a. Déterminer, à partir de cet oscillogramme, la fréquence f_1 du mode fondamental. La hauteur de ce son correspond-elle à un son grave ou à un son aigu ?

b. En déduire la longueur L du bourdon utilisé. Exprimer cette valeur en centimètres puis en pieds.

5. Quelle devrait être la longueur minimale d'un tuyau ouvert aux deux extrémités (de type fond) pour donner une note de même hauteur ?

Lors du fonctionnement d'une mixture, on étudie le son produit par deux tuyaux. Pour ce faire, on mesure à 2 m des tuyaux le niveau sonore L_S (en décibel) produit successivement par chacun des deux tuyaux. On note $L_{S1} = 72$ dB et $L_{S2} = 75$ dB.

On rappelle que le niveau sonore L_S est donné par la relation :

$$L_S = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

où I_0 représente l'intensité sonore de référence égale à 10^{-12} W . m^{-2}.

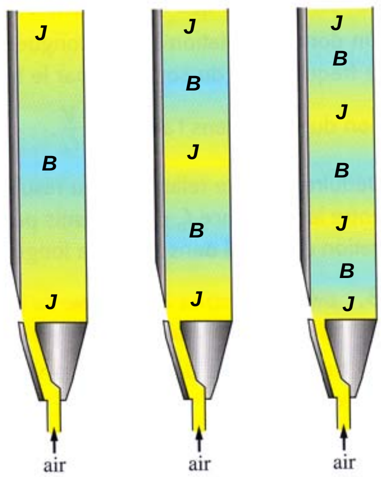
6. Déterminer les intensités sonores I_1 et I_2 émises respectivement par chacun des tuyaux à la distance $d = 2$ m.

7. On admet que lorsque deux sons sont émis simultanément, l'intensité sonore résultante I est la somme des deux intensités sonores. En déduire le niveau sonore L_S perçu à 2 m dans ce cas.

Exercice 3 Tuyaux d'orgues et températures

A. *Tuyaux à extrémités ouvertes*

Lorsque des ondes stationnaires sont établies dans un tuyau sonore ouvert aux deux extrémités, il se forme des nœuds de pression au niveau de ces extrémités.



1. Que représentent les zones jaunes et bleues sur le schéma ?

2. On note D la distance entre deux nœuds consécutifs. Quelle est la relation entre D et la longueur d'onde λ de l'onde stationnaire ?

3. Établir pour chacun des trois cas schématisés, la relation entre la longueur L du tuyau et D.

4. En déduire l'expression des fréquences pour lesquelles on peut observer des ondes stationnaires dans le tuyau en fonction de L et de la vitesse V du son dans l'air.

B. *Influence de la température de l'air*

La vitesse de propagation du son dans l'air varie en fonction de la température θ suivant la loi :

$$V = V_0\sqrt{1 + \alpha\theta}$$

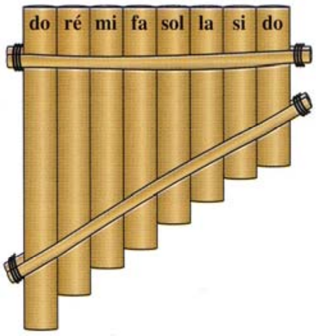
avec $\alpha = \frac{1}{273}$ K^{-1} et V_0 la vitesse du son à 0 °C soit 331 m . s^{-1}.

1. Exprimer la valeur de la fréquence du fondamental dans un tuyau d'orgue à extrémité ouverte en fonction de la température.

2. *Lorsque la température augmente, comment varie la hauteur du son ?*

3. Quelle est la variation de fréquence d'un tuyau d'orgue de 2,60 m, lorsque la température de l'air passe de $\theta_1 = 15$ °C à $\theta_2 = 20$ °C ?

Exercice 4 Construire sa flûte de Pan



Sur un site Internet on peut trouver un protocole pour construire sa flûte de Pan.

- Utiliser des bambous ou des tuyaux en matière plastique pour faire huit tubes de longueurs différentes.
- Le fond de chaque tube doit être fermé soit par le nœud du bambou, soit par un bouchon de liège taillé, soit par du joint de silicone.
- Rassembler les huit tubes comme sur le dessin ci-dessus à l'aide de papier adhésif.
- Limer le haut de chaque tube avec du papier de verre pour éviter de s'abîmer les lèvres.

Note	do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
Fréquence (Hz)	523	588	659	698	784	880	988	1 046
Taille tube (cm)	16,2	14,14	12,9	12,1	10,8	9,6	8,6	8,1

1. a. Quel est le système vibrant d'une flûte de Pan ? Quel est le résonateur ?

b. Comment le musicien change t-il de note ?

2. a. Tracer le graphique correspondant à la longueur des tubes en fonction de la période T de la note jouée.

b. Quel est le coefficient directeur de la droite ?

3. Lorsqu'un système d'ondes stationnaires est établi dans le tube, on observe un nœud de vibration à l'extrémité fermée du tube et un ventre de vibration à l'extrémité ouverte.

a. On note d la distance entre un nœud et un ventre consécutifs. Quelle est la relation entre d et la longueur d'onde λ de l'onde stationnaire ?

b. En s'aidant de schémas sur lesquels apparaissent les nœuds (N) et les ventres (V) de vibration, montrer que la longueur L d'un tube est un multiple impair de la distance d.

c. Déterminer, en fonction de la vitesse V du son et de la longueur L du tube, les trois plus petites fréquences pour lesquelles il y aura des ondes stationnaires dans le tube.

d. Donner l'expression de la fréquence du mode fondamental en fonction de la longueur du tube.

4. Sachant que la vitesse de propagation du son dans l'air est $340\ m \cdot s^{-1}$, retrouver le résultat de la *question* **2. b**.