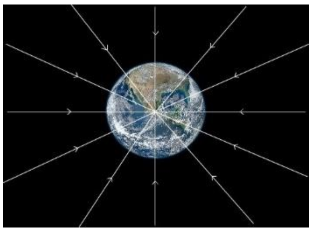
GRAVITATION

1- Le champ de gravitation

Il s'agit d'un champ traduisant l'influence gravitationnelle d'un corps doté d'une masse M sur l'espace qui l'entoure.

Le champ de gravitation que produit en un point de l'espace B une masse ponctuelle M située un point A possède les caractéristiques suivantes:

- Ce champ a même direction et même sens que la force gravitationnelle **F** qu'exercerait cette masse sur une masse ponctuelle m située en B.
- Ce champ a pour valeur $G_{champ} = \frac{F}{m}$



Les lignes de champ sont orientées vers le centre de gravité du corps produisant le champ. Dans le cas d'un corps à symétrie sphérique (comme par exemple une planète), les lignes de champ passent par le centre de la sphère.

2- Champ de pesanteur

Le champ de pesanteur est un cas particulier de champ de gravitation, ces champs sont assimilables l'un à l'autre lorsque la force de gravitation est assimilable au poids c'est à dire:

- Pour un espace proche de la surface d'un astre.
- Lorsque cet espace à une étendue limitée (de faibles dimensions par rapport à la circonférence de l'astre).
- Lorsque cet espace à une hauteur négligeable devant le rayon de l'astre (quelques centaines de mètres voire quelques kilomètres pour la Terre).
- Lorsque la force de gravitation (assimilable au poids) s'exprime par la relation $P = m.g$.

C'est un champ qui peut être considéré comme uniforme et qui possède les caractéristiques suivantes:

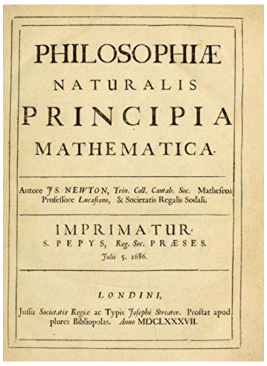
- Sa direction est la verticale du lieu.
- Son sens est vers le bas.
- Sa valeur est égale à l'intensité de la pesanteur **g** (g=9,81 N/kg à la surface de la Terre).

Ce champ est défini comme le rapport du poids P d'un système par la masse m de ce système soit:

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

3- Interaction gravitationnelle

La loi de la gravitation universelle correspond à l'expression de la valeur de la force de gravitation s'exerçant entre deux corps.


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

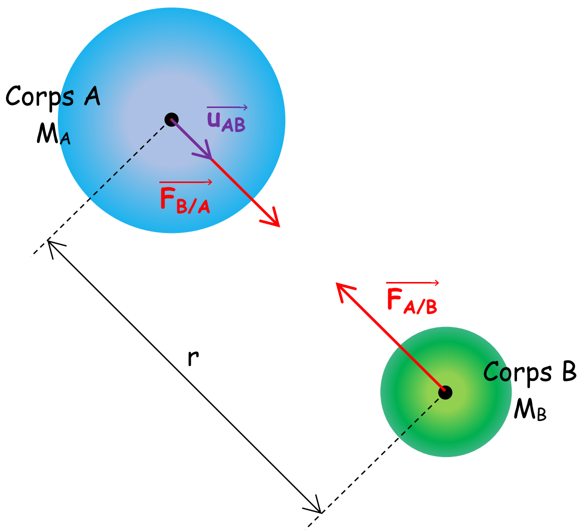
LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Elle est formulée par Isaac Newton qui la présente dans son ouvrage "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" publié en 1686, elle est le résultat de plusieurs années de travail exploitant, entre autres, de nombreuses données astronomiques. Newton n'a pas découvert la gravitation mais il est le premier à faire l'hypothèse que la gravitation terrestre n'est pas limitée à sa surface mais qu'elle peut s'étendre plus loin, il suppose qu'elle est universelle, peut se manifester jusqu'aux astres et provoquer leurs mouvements.

La force de gravitation est une force répartie en volume, c'est à dire que chaque particule du système subit cette force mais on peut considérer que la résultante s'applique en point particulier appelé centre de gravité ***G***, ce point est en général confondu avec un autre point appelé centre d'inertie qui correspond au barycentre des masses du système, soit le point "le plus central de la répartition de masse". Pour un système homogène ou pour un système à symétrie centrale alors il correspond simplement au centre géométrique.

Deux objets ponctuels A et B de masse M_A et M_B, exercent l'un sur l'autre une force attractive, dirigée suivant la droite qui les joint.

Cette force varie proportionnellement au produit de leurs masses et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare.



$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = -G.\frac{M_A.M_B}{r^2}.\overrightarrow{u_{AB}}$$

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G.\frac{M_A.M_B}{r^2}$$

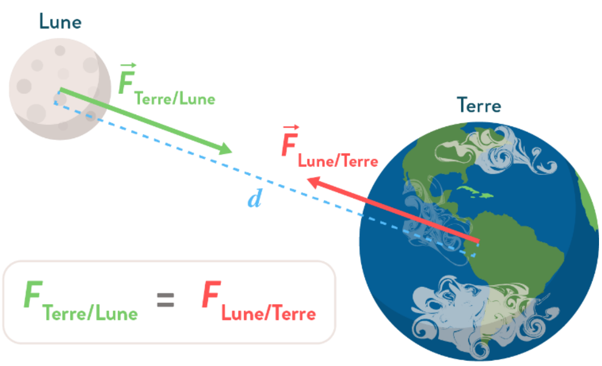
- $\overrightarrow{F_{A/B}}$: Force exercée par A sur B (N)
- $\overrightarrow{F_{B/A}}$: Force exercée par B sur A (N)
- G: Constante de gravitation ($G=6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$)
- M_A: Masse du corps A (kg)
- M_B: Masse du corps B (kg)
- r: Distance entre A et B
- $\overrightarrow{u_{AB}}$: Vecteur unitaire dirigé de A vers B

Cette relation est vraie pour deux objets à répartition sphérique de masse. La distance r est alors égale à la distance séparant le centre des deux sphères.

Attention: *Les premières applications de cette relation peuvent être laborieuses, voici donc une checklist qui permettant d'éviter les erreurs les plus courantes:*

- *Vérifier que les masses sont exprimées en kilogramme.*
- *Vérifier que la distance est exprimée en mètre (et non pas en kilomètre).*
- *Vérifier que la distance utilisée est bien celle qui sépare les centres de gravité et non pas celle séparant la surface des corps.*
- *Penser à indiquer le carré de la distance et à en tenir compte dans le calcul.*
- *Lorsque le calcul est effectué à la calculatrice penser à placer le numérateur et le dénominateur entre parenthèses.*
- *Penser à présenter le résultat en utilisant la notation scientifique.*
- *Vérifier l'ordre de grandeur obtenu afin de déceler une éventuelle incohérence révélatrice d'une erreur.*

La Terre et la Lune exercent l'une sur l'autre des forces ayant la même direction mais de sens opposées et de même valeur:



$$\overrightarrow{F_{Terre/Lune}} = -\overrightarrow{F_{Lune/Terre}}$$

$$F = F_{Terre/Lune} = F_{Lune/Terre} = G\times\frac{M_T\times M_L}{d^2}$$

- F: Force d'interaction gravitationnelle (N)
- G: Constante gravitationnelle ($G=6{,}67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}$)
- M_T: Masse de la Terre (kg)
- M_L: Masse de la Lune (kg)
- d: Distance Terre-Lune (m)

Influence de la masse: La force de gravitation est proportionnelle à chacune des deux masses, par conséquent:

- Une masse deux fois plus élevée (pour l'un des deux corps) correspond à une force de gravitation deux fois plus élevée.
- Une masse trois fois plus élevée (pour l'un des deux corps) correspond à une force de gravitation trois fois plus élevée.

Influence de la distance: La force de gravitation a une valeur inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare les centres des deux corps. Par conséquent:

- Plus cette distance est élevée et plus la force de gravitation est faible.
- Si la distance est doublée alors la valeur de la force de gravitation est divisée par 4.
- Si la distance est triplée alors la valeur de la force est divisée par 9.

Remarque: La force de gravitation diminue très rapidement avec la distance mais ne s'annule jamais totalement.

Cette relation a de multiples applications:

- Calculer la masse d'une planète.
- Calculer la distance séparant une planète de son étoile.

Cette force s'exerce entre tous les corps possédant une masse mais sa valeur est en général trop faible pour que ses effets soient remarquables lorsque les deux systèmes ont masse insuffisante: particules subatomiques, atomes, molécules, objets à l'échelle humaine etc.

Lorsque la gravitation s'exerce entre un astre et un corps de masse réduite alors elle est assimilée à ce que l'on appelle le "poids" de ce corps. Elle le maintien à sa surface et provoque sa chute lorsqu'il s'en éloigne.

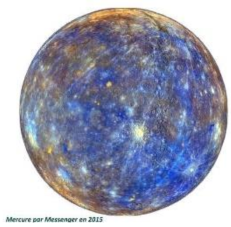
Lorsque la gravitation s'exerce entre deux astres elle peut, suivant les conditions, soit provoquer leur collision ou permettre à l'astre de masse la plus petite d'adopter une orbite autour de l'astre le plus massique (ce dernier cas est possible si le "petit astre possède un mouvement adapté).

4- Exercices d'application

Exercice 1

Mercure est la planète la plus proche du Soleil.

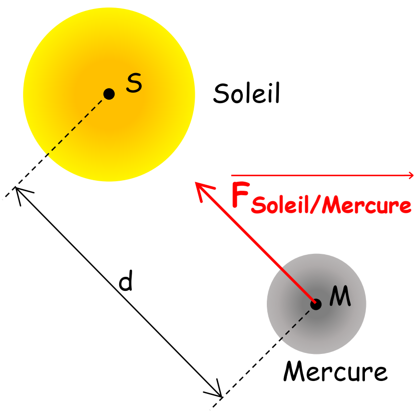
- *Donner l'expression de la valeur* $F_{Soleil/Mercure}$ *de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le Soleil sur Mercure.*
- *Sur un schéma, représenter le centre* ***S*** *du Soleil, le centre* ***M*** *de Mercure et la force exercée par le Soleil sur Mercure.*



- L'expression de la valeur $F_{Soleil/Mercure}$ de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le Soleil sur Mercure est:

$$F_{Soleil/Mercure} = G\times\frac{M_T \times M_L}{d^2}$$

  - **G**: Constante de gravitation gravitationnelle
  - M_S: Masse du Soleil (kg)
  - M_M: Masse de Mercure (kg)
  - **d**: Distance Soleil/Mercure (m)
- La force $\overrightarrow{F_{Soleil/Mercure}}$ exercée par le Soleil sur Mercure est appliquée au point **M** et est dirigée vers **S**



Exercice 2

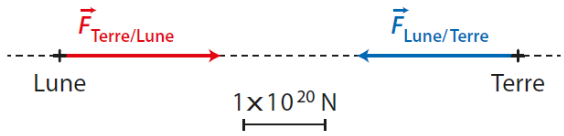
*La Lune est située à une distance **D=3,84.10^{5}km** de la Terre.*
*La masse de la Lune est **m_L=7,3.10^{22}kg**.*
*La masse de la Terre est **m_T=6,0.10^{24}kg**.*
*La valeur de la constante de gravitation universelle est **G=6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}**.*

- Donner les expressions $F_{T/L}$ et $F_{L/T}$ des forces d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/L}}$ et $\overrightarrow{F_{L/T}}$ *entre la Terre et la Lune. Puis calculer leurs valeurs.*
- *Représenter ces forces sur un schéma en utilisant pour échelle 1cm pour 1.10^{20}N.*

- Les deux forces de l'interaction gravitationnelle exercées respectivement par la Terre sur la Lune $\overrightarrow{F_{T/L}}$ et par la Lune sur la Terre $\overrightarrow{F_{L/T}}$ modélisent deux actions réciproques:

$$F = F_{T/L} = F_{L/T} = G\times\frac{M_T\times M_L}{d^2} = 6,67.10^{-11}\times\frac{6,0.10^{24}\times 7,3.10^{22}}{\left(3,84.10^{8}\right)^2} = 2,0.10^{20}\ N$$

- Les forces sont donc représentées par des vecteurs de même direction, de sens opposés et de même longueur. En choisissant l'échelle de **1cm** pour **1,0.10^{20}N**, les deux forces seront représentées par des flèches de longueur **2,0cm**.



Exercice 3

*Le télescope spatial Hubble est en orbite à une distance **R=6,96.10^{3}km** du centre de la Terre.*
*La masse du télescope spatial Hubble est **m_H=11.10^{3}kg**.*
*La masse de la Terre est **m_T=6,0.10^{24}kg**.*
*La valeur de la constante de gravitation universelle est **G=6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}**.*

- *Donner l'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$.*
- *Calculer la valeur **F** de la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ exercé par la Terre sur Hubble.*
- *Faire un schéma et représentant la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur Hubble ainsi que la force $\vec{F'}$ exercée par Hubble sur la Terre en utilisant pour échelle **1cm** pour **3.10^{4}N**.*

- La force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre sur Hubble a pour expression vectorielle:

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_{Terre/Hubble}} = -G.\frac{m_T.m_H}{R^2}.\overrightarrow{u_{Terre/Hubble}}$$

  - **G**: Constante de gravitation gravitationnelle
  - **m_T**: Masse de la Terre (kg)

- m_H: Masse de Hubble (kg)
- **R**: Distance Terre/Hubble (m)
- $\overrightarrow{u_{Terre/Hubble}}$: Vecteur unitaire

- La valeur **F** de la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre sur Hubble est alors:

$$F = G \times \frac{m_T \times m_H}{R^2} = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{5{,}97.10^{24} \times 11.10^3}{(6{,}96.10^6)^2} = 9{,}0.10^4\ N$$

- La force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur Hubble et la force $\vec{F'}$ exercée par Hubble sur la Terre sont des forces d'interaction.
  Les forces sont donc représentées par des vecteurs de même direction, de sens opposés et de même longueur. En choisissant l'échelle de **1cm** pour **3.10^4N**, les deux forces seront représentées par des flèches de longueur **3,0cm**.

Exercice 4

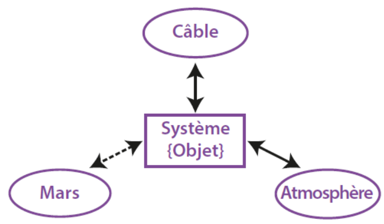
*En vue d'une exploration sur Mars, un groupe de scientifiques travaille sur la mise au point d'un bras robotisé au bout duquel un câble devra soulever un objet de masse **m=500g**.*
La masse de Mars est $m_M=6{,}42.10^{23}$kg.
Le rayon de Mars est $R_M=3{,}40.10^3$km.
La valeur de la constante de gravitation universelle est $G=6{,}67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}$.
La valeur de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre est $g_T=9{,}8N.kg^{-1}$.

- *Identifier les actions auxquelles l'objet suspendu au bout de câble sera soumis.*
- *Représenter ces actions sur un diagramme objets-interactions.*

La valeur F_1 de la force $\vec{F_1}$ exercée par le câble sur l'objet pour le maintenir soulevé sur Mars est égale à la valeur $F_{Mars/Objet}$ de la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{Mars/Objet}}$ exercée par Mars sur l'objet.

- *Calculer cette valeur de cette force.*
- *Représenter les forces exercées sur l'objet en précisant l'échelle utilisée.*
- *Quelle est la masse d'un objet que pourrait maintenir soulevé sur Terre un câble exerçant une force de même valeur F_1?*

- L'objet suspendu au bout du câble est soumis:
  - A l'action exercée par Mars (action à distance).
  - A l'action du câble (action de contact).
  - A l'action exercée par l'atmosphère de Mars (action de contact).
- Le diagramme objets-interaction est schématisé ci-contre.



- La valeur de la force d'interaction gravitationnelle exercée par Mars sur l'objet est:

$$F_{Mars/Objet} = G \times \frac{m_M \times m}{R^2}$$

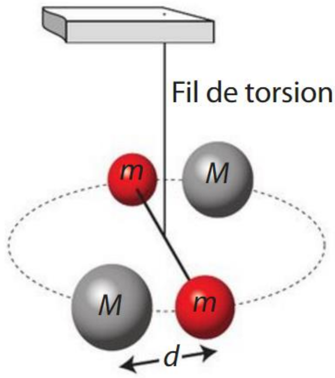
$$F_{Mars/Objet} = 6,67.10^{-11} \times \frac{6,42.10^{23} \times 0,500}{\left(3,40.10^{6}\right)^2} = 1,85\ N$$

La force exercée par le câble sur l'objet a la même valeur que la force d'interaction gravitationnelle exercée par Mars sur l'objet: F_1**=1,85N**.

- On représente ces forces à l'échelle **1cm** pour **0,5N**. Les forces sont modélisées par des flèches de longueur **3,7cm**.

Exercice 5

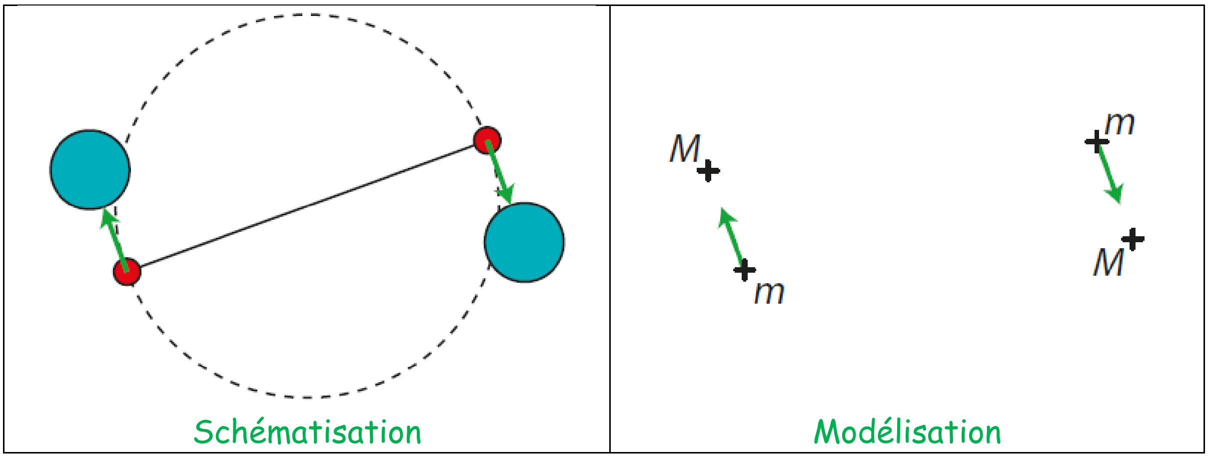
À la fin du XVIIe siècle, Henry CAVENDISH a pesé la Terre.
*Deux petites sphères de masse **m=730g** sont maintenues par une tige horizontale. Cette tige est suspendue à un fil métallique appelé fil de torsion.*
*Deux grosses sphères de masse **M=158kg** sont approchées des petites sphères.*
Les forces d'attraction exercées par les grosses sphères sur les petites provoquent la torsion du fil. L'angle dont le fil se tord permet de calculer la valeur des forces d'attraction entre les sphères.



*Pour une distance **d=22,5cm** entre les centres d'une grosse sphère et d'une petite sphère, CAVENDISH a calculé la valeur de la force entre ces sphères et a obtenu **F=1,54.10^{-7}N**.*
*La masse de la Terre est m_T**=5,97.10^{24}kg**.*
*Le rayon de la Terre est R_T**=6,38.10^{3}km**.*
*La valeur de la constante de gravitation universelle est **G=6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}**.*

- *Reproduire le schéma en vue de dessus et représenter, sans souci d'échelle, la force $\vec{F}$ d'interaction gravitationnelle exercée par une grosse sphère sur la petite sphère la plus proche.*
- *Exprimer la relation donnant la valeur **F** de cette force $\vec{F}$.*
- *En déduire l'expression de la constante universelle de gravitation **G** en fonction de **m**, **M**, **d** et **F**. Calculer sa valeur et la comparer à celle retenue aujourd'hui.*
- *Une mesure de la valeur **P** du poids $\vec{P}$ de la sphère de masse **m** a donné **P=7,24N**. En utilisant la valeur de **G** déterminée ci-dessus, calculer la masse M_T de la Terre.*
- *Comparer cette valeur à celle actuellement admise.*

- La force d'attraction gravitationnelle exercée par une grosse sphère sur la petite sphère la plus proche est représentée par la flèche verte sur le schéma ci-dessous.



- L'expression de la valeur de **F** de cette force est:

$$F = G \times \frac{M \times m}{d^2}$$

- De cette relation, on en la valeur de la constante universelle de gravitation:

$$G = \frac{F \times d^2}{M \times m} = \frac{1{,}54.10^{-7} \times \left(22{,}5.10^{-2}\right)^2}{158 \times 0{,}730} = 6{,}76.10^{-11}\ \text{N.m}^2.\text{kg}^{-2}$$

La valeur déterminée par Cavendish diffère très peu de la valeur retenue aujourd'hui.

- La valeur P du poids $\vec{P}$ de la sphère de masse **m** est:

$$P = G \times \frac{M_T \times m}{R_T^2}$$

De cette relation, on en la valeur de la masse MT de la Terre:

$$M_T = \frac{P \times R_T^2}{G \times m} = \frac{7{,}24 \times \left(6{,}38.10^6\right)^2}{6{,}76.10^{-11} \times 0{,}730} = 5{,}97.10^{24}\ \text{kg}$$

- Cette valeur de la masse M_T de la Terre correspond à celle actuellement admise.