Oscillateurs harmoniques

1- Objectifs

Les objectifs de ce travail sont de:

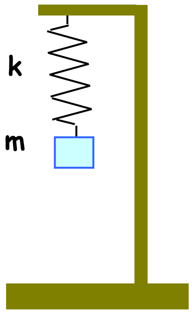
- Déterminer les relations donnant la période **T** d'un oscillateur élastique.
- Déterminer les relations donnant la période **T** d'un pendule simple.

2- Etude d'un oscillateur élastique libre non amorti

On appelle oscillateur élastique le système constitué par un ressort et une masse.

2-1- Etude statique

On souhaite déterminer la constante de raideur **k** d'un ressort en réalisant une étude statique. Pour cela on fait varier la masse m suspendue à l'extrémité d'un ressort et on mesure à chaque fois son allongement ΔL.



- Mesurer la longueur L_0 à vide d'un ressort à spires non jointives suspendu à une potence.

L_0 = 10 cm

- Faire varier la masse m suspendue au ressort élastique et mesurer à chaque fois sa longueur $L_{éq}$ à l'équilibre.
- Recopier et rmplir le tableau suivant en prenant **g=9,81N.kg^{-1}**.

Masse m (g)	10	20	50	100	150	200
Force F (N)	0,0981	0,196	0,490	0,981	1,47	1,96
Longueur $L_{éq}$ (m)	0,105	0,112	0,124	0,151	0,176	0,202
Allongement $\Delta L = L_{éq} - L_0$ (m)	0,005	0,012	0,024	0,051	0,076	0,102

- A l'aide d'un tableur grapheur tracer la courbe **F=f(ΔL)**.
- Que peut-on observer?

  On constate que l'ensemble des points sont alignés. Il y a proportionnalité entre la force **F** et l'allongement ΔL du ressort. On peut donc modéliser la courbe par une droite passant par l'origine car pour une force nulle l'allongement du ressort est également nul. Le coefficient directeur de la droite correspondra à la constante de raideur **k** du ressort.
- Modéliser la courbe puis en déduire la valeur de la constante de raideur **k(N.m^{-1})** du ressort.

k = 19,3 N.m^{-1}

2-2- Etude dynamique

On souhaite maintenant déterminer la relation donnant la période **T** de l'oscillateur élastique vertical constitué d'un ressort de constante de raideur **k** d'un ressort en réalisant une étude dynamique. Pour cela on fait varier la masse m suspendue à l'extrémité d'un ressort et on mesure à chaque fois la période **T** de ce système.

- Faire varier la masse **m** suspendue au ressort élastique et faire osciller le dispositif en écartant la masse de sa position d'équilibre en la lâchant sans vitesse initial au moment du déclenchement du chronomètre. Mesurer chaque fois 10 périodes.
- Recopier et remplir le tableau suivant.

Masse m (g)	10	20	50	100	150	200
10T (s)	1,43	2,02	3,20	4,52	5,54	6,39
T (s)	0,143	0,202	0,320	0,452	0,554	0,639
T^2 (s^2)	0,020	0,041	0,10	0,20	0,31	0,41

- A l'aide d'un tableur grapheur tracer la courbe **$T^2=f(m)$**.
- Que peut-on observer?

  On constate que l'ensemble des points sont alignés. Il y a proportionnalité entre la période **T** et la racine carrée de la masse **m**. On peut donc modéliser la courbe par une droite passant par l'origine car pour une masse nulle la période est également nulle.
- A l'aide d'une analyse dimensionnelle, en déduire à une constante de proportionnalité ***A*** près, la relation donnant la période **T** du pendule en fonction de **k** et **m**.

$$[T]=T \qquad [m]=M \qquad [k]=\left[\frac{F}{\Delta L}\right]=\left[\frac{P}{\Delta L}\right]=\left[\frac{m.g}{\Delta L}\right]=\frac{[m]\times[g]}{[\Delta L]}=\frac{M.L.T^{-2}}{L}=M.T^{-2}$$

Donc pour avoir la dimension d'un temps **T**, on doit prendre la racine carrée du rapport entre la masse **m** et la constante de raideur **k** du ressort:

$$\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right]=T$$

D'où la relation donnant la période:

$$\boxed{T=A.\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

A l'aide du tableur grapheur déterminer la valeur de la constante de proportionnalité ***A*** et l'exprimer en fonction de π.

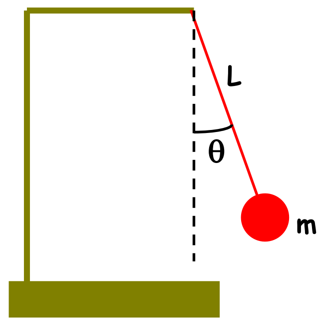
Lorsqu'on modélise la fonction **T(m,k)**, on obtient une droite de coefficient directeur **A=6,28**.

On constate que cette valeur correspond à **2**π.

D'où la relation donnant la période **T** des oscillations pour l'oscillateur élastique:

$$\boxed{T=2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

3- Détermination de la période du pendule simple



On appelle pendule simple le système constitué par un fil et une masse.
On souhaite déterminer la relation donnant la période **T** d'un pendule simple constitué d'un fil de longueur **L** et d'une masse m en réalisant une étude dynamique.
Pour cela on fait varier la valeur de la masse **m** suspendue à l'extrémité du fil, ou la longueur de ce dernier, et on mesure à chaque fois la période **T** de ce système.

3-1- Influence de la masse

- Faire varier la masse **m** suspendue au fil de longueur **L** quelconque et faire osciller le dispositif en écartant la masse de sa position d'équilibre en la lâchant sans vitesse initial au moment du déclenchement du chronomètre. Mesurer chaque fois 10 périodes.
- Recopier et remplir le tableau suivant.

Masse m (g)	10	20	50	100	150	200
10T (s)	12,0	11,8	11,9	12,1	11,8	11,9
T (s)	1,20	1,18	1,19	1,21	1,18	1,19

3-2- Influence de la longueur du fil

- Faire varier la longueur **L** du fil et faire osciller le dispositif en écartant la masse de sa position d'équilibre en la lâchant sans vitesse initial au moment du déclenchement du chronomètre. Mesurer chaque fois 10 périodes.
- Remplir le tableau suivant.

Longueur L (m)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
10T (s)	6,34	7,77	8,96	10,03	10,98	11,86
T (s)	0,63	0,78	0,89	1,00	1,10	1,19

3-3- Détermination de la relation donnant la période T

- Comment varie la période **T** en fonction de la masse **m**?
  La période **T** est indépendante de la masse **m**.
- Comment varie la période **T** en fonction de la longueur **L** du fil?
  La période **T** augmente avec la longueur **L** du fil.
- A l'aide d'une analyse dimensionnelle, en déduire à une constante de proportionnalité **B** près, la relation donnant la période **T** du pendule en fonction de **L** et **g**.

$$[T]=T \qquad [L]=L \qquad [g]=L.T^{-2}$$

Donc pour avoir la dimension d'un temps **T**, on doit prendre la racine carrée du rapport entre la longueur **L** du fil et l'intensité **g** de la pesanteur:

$$\left[\sqrt{\frac{L}{g}}\right]=T$$

D'où la relation donnant la période:

$$\boxed{T=B.\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

- A l'aide du tableur grapheur déterminer la valeur de la constante de proportionnalité **B** et l'exprimer en fonction de π.

Lorsqu'on modélise la fonction **T(L,g)**, on obtient une droite de coefficient directeur **B=6,28**.

On constate que cette valeur correspond à **2π**.

D'où la relation donnant la période **T** des oscillations pour le pendule simple.

$$\boxed{T=2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}}$$